KIT-Fakultät für Informatik
Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour

# Musterlösungen zur Klausur

## Robotik I: Einführung in die Robotik

am 13. Juli 2021

| Name: | Vorname: | Matrikelnummer: |
|---|---|---|
| Denavit | Hartenberg | $\frac{\pi}{2}$ |

| | |
|---|---|
| | |
| Aufgabe 1 | von 5 Punkten |
| Aufgabe 2 | von 6 Punkten |
| Aufgabe 3 | von 6 Punkten |
| Aufgabe 4 | von 8 Punkten |
| Aufgabe 5 | von 8 Punkten |
| Aufgabe 6 | von 6 Punkten |
| Aufgabe 7 | von 6 Punkten |

| | |
|---|---|
| **Gesamtpunktzahl:** | 45 von 45 Punkten |

| | |
|---|---|
| | **Note:** **1,0** |

# Aufgabe 1 *Quaternionen*

1. Winkel und Rotationsachse: $\boxed{\text{2 P.}}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right), 0, 0, -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\ &= \left(\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right), \mathbf{a}\cdot\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\pi}{2}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Alternativ:

$$\Rightarrow \Phi = -\frac{\pi}{2}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Inverse Quaternion: $\boxed{\text{1 P.}}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q} &= (a, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{q}^{-1} &= \boldsymbol{q}^* = (a, -\mathbf{u}) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned}$$

3. Punkt rotieren: $\boxed{\text{2 P.}}$

$$\mathbf{v} = (0, \mathbf{p}) = (0, 0, -3, 0) = -3 \cdot j$$

$$\mathbf{q}\cdot\mathbf{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot k\right)\cdot(-3j) \tag{1}$$

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot j + \frac{3}{\sqrt{2}}\cdot kj \tag{2}$$

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot j - \frac{3}{\sqrt{2}}\cdot i \tag{3}$$

$$\mathbf{v}' = (\mathbf{q}\cdot\mathbf{v})\cdot\mathbf{q}^{-1} = \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot j - \frac{3}{\sqrt{2}}\cdot i\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot k\right) \tag{4}$$

$$= -\frac{3}{2}\cdot j - \frac{3}{2}\cdot jk - \frac{3}{2}\cdot i - \frac{3}{2}\cdot ik \tag{5}$$

$$= -\frac{3}{2}\cdot j - \frac{3}{2}\cdot i - \frac{3}{2}\cdot i + \frac{3}{2}\cdot j = -3i \tag{6}$$

$\mathbf{v}' = (0, \mathbf{p}') = (0, -3, 0, 0) \Rightarrow \mathbf{p}' = (-3, 0, 0)^T$

# Aufgabe 2 *Kinematik*

1. Dimension: $6 \times 2$ $\boxed{\text{1 P.}}$

2. Jacobi-Matrix: $\boxed{\text{3 P.}}$

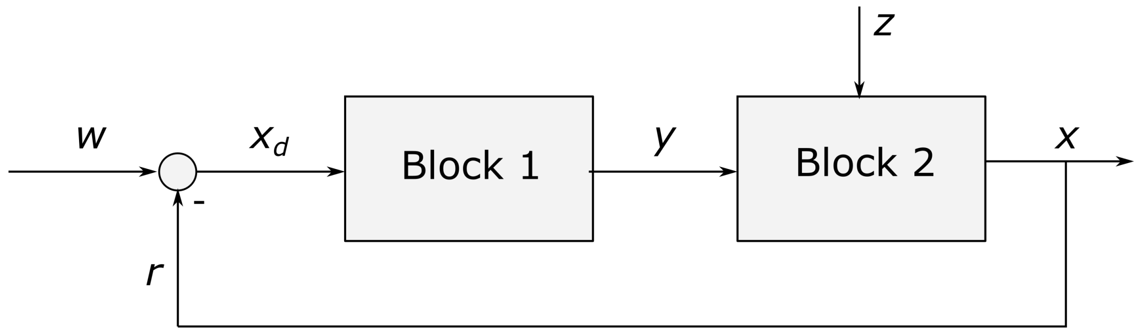
$$J = \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1}, \frac{\partial f}{\partial d_2} \right) = \begin{pmatrix} -100 \cdot \sin(\theta_1) & 0 \\ 100 \cdot \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Endeffektor-Geschwindigkeit: $\boxed{\text{3 P.}}$

$$\begin{aligned} v &= J \begin{pmatrix} 90^\circ \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \cdot \sin(90^\circ) & 0 \\ 100 \cdot \cos(90^\circ) & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -100 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

# Aufgabe 3 *Regelung*

1. 3 P.




| **Regelkreisgröße** | **Name** |
|---|---|
| Block 1 | Korrektureinrichtung/Regelglied/Regler/Controller |
| Block 2 | Strecke/Plant |
| $w$ | Führungsgröße/Sollwert/Setpoint/Input |
| $x_d$ | Regeldifferenz/Differenzgröße/Error |
| $y$ | Stellgröße |
| $x$ | Regelgröße/Ausgangsgröße/Output |
| $r$ | Rückführgröße |
| $z$ | Störgröße /Disturbance |

2. (a) Regelgröße in Abhängigkeit von der Stellgröße im Zeitbereich: 1 P.

$$\omega(t) = \int \frac{1}{J} \cdot M_B(t)\, dt$$

(b) Regelgröße in Abhängigkeit von der Stellgröße im Frequenzbereich: 1 P.

$$\omega(s) = \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{s} \cdot M_B(s)$$

(c) Übertragungsfunktion G(s): 1 P.

$$G(s) = \frac{1}{J} \cdot \frac{1}{s}$$

# Aufgabe 4 *Bewegungsplanung*

1. Grundlagen

   (a) Ziel: *Erzeugen einer kollisionsfreien Trajektorie* unter *Berücksichtigung verschiedener Ziele und Einschränkungen* 1 P.

   (b) Beispiele: 1,5 P.

   - Zwangsbedingungen: Gelenkwinkelgrenzen, max. Beschleunigung, ...
   - Gütekriterien: Dauer, Energie, Abstand zu Hindernissen, glatte Trajektorien, ...
   - Neben- und Randbedingungen: Aufrechte Position des Endeffektors, ...

   (c) 1,5 P.

   - Definition:
     - Ein probabilistisch vollständiger Algorithmus findet mindestens eine Lösung falls sie existiert. D.h. die Wahrscheinlichkeit, dass eine Lösung gefunden wird, konvergiert mit fortlaufender Zeit gegen eins.
       Allerdings kann mit probabilistisch vollständigen Algorithmen nicht ermittelt werden, ob keine Lösung existiert.
   - Beispiel:
     - RRT

2. BI-RRT: 4 P.

   - siehe Fig. 1 (BI-RRT Lösung)
   - Bewertung
     - Die in grün dargestellten Punkte entsprechen den Samples aus der Aufgabenstellung und sind lediglich zur Orientierung eingezeichnet. Die Studenten müssen diese nicht einzeichnen!
     - Für die Bewertung werden 4 Punkte angesetzt. Für jede falsch eingezeichnete Kante / Knoten wird ein halber Punkt abgezogen.
     - Da es nur 7 Kanten / Knoten gibt, die eingezeichnet werden müssen, erhält der Student einen vollen Punkt, wenn er nur eine einzige richtige Kante einzeichnet.
     - Kanten, die zu einer Kollision führen würden (in der Lösung zur Orientierung orange eingezeichnet), müssen von den Studenten nicht angegebenen werden.
     - Die Zuordnung Sample-zu-Kante ist in der Musterlösung eingezeichnet, muss von den Studenten aber nicht angegeben werden

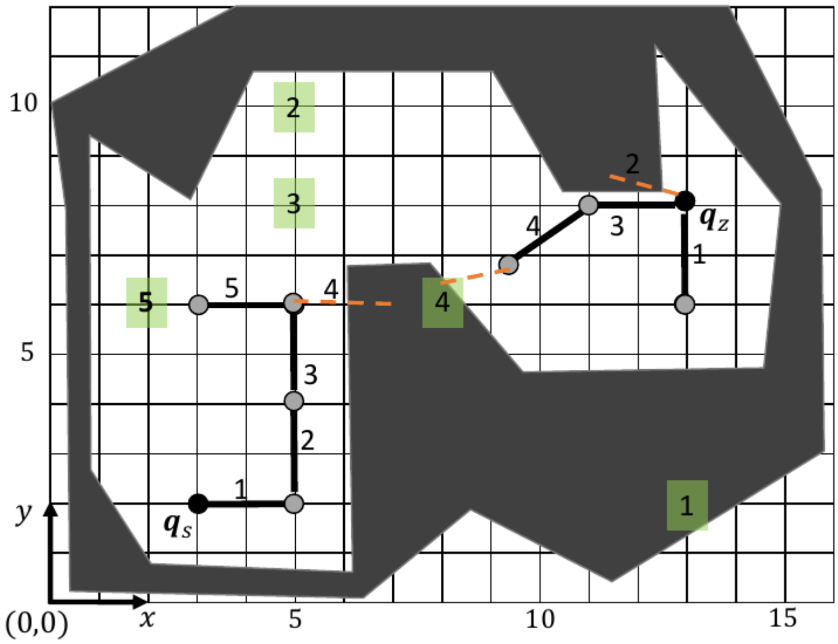



Abbildung 1: BI-RRT Lösung

# Aufgabe 5 *Greifen*

1. Anzahl: 2 Wrenches (da jeder Kontakt ohne Reibung einen Wrench erzeugt) $\boxed{\text{1 P.}}$

2. Wrenches: $\boxed{\text{2 P.}}$

$$\boldsymbol{f}_1 = (0,1), \qquad \tau_1 = \boldsymbol{d}_1 \times \boldsymbol{f}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -3 \cdot 1 - (-2) \cdot 0 = -3$$

$$\boldsymbol{f}_2 = (0,1), \qquad \tau_1 = \boldsymbol{d}_2 \times \boldsymbol{f}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \cdot 1 - (-2) \cdot 0 = 3$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{w}_1 = (0,1,-3), \qquad \boldsymbol{w}_2 = (0,1,3)$$

3. Dimension: $3 \times 2$, da $\boxed{\text{1 P.}}$
   - $n = 3$ die Dimension des planaren Wrench-Space und
   - $m = 2$ die Anzahl der Wrenches ist.

4. Aussage: Der Griff kann nicht kraftgeschlossen sein. $\boxed{\text{1 P.}}$
   Mögliche Begründungen:
   - Zu wenige Wrenches, da man planar mindestens vier benötigt.
   - Die Greifmatrix hat nicht vollen Rang / Rang 4 (da sie nur zwei Zeilen hat).
   - Die zwei Wrenches können $\mathbb{R}^3$ nicht positiv aufspannen.

5. Aussage: Der Griff kann nicht formkraftgeschlossen sein. $\boxed{\text{1 P.}}$
   Mögliche Begründungen:
   - Ohne Reibung ist Formgeschlossenheit gleichbedeutend mit Kraftgeschlossenheit, daher wie bei 4.
   - Alle Begründungen von 4.

6. Änderungen: $\boxed{\text{2 P.}}$
   - Anzahl der Wrenches: Erhöht sich von 2 auf 4 .
   - Krafteschlossenheit: Weiterhin nicht kraftgeschlossen, da keine Kräfte mit $f_y < 0$ erzeugt werden können.

# Aufgabe 6 *Bildverarbeitung*

1. Kalibriermatrix: $\boxed{\text{1 P.}}$

   - $f_x = 300$
   - $f_y = 450$
   - $c_x = 1500$
   - $c_y = 2000$

2. Faltung: $\boxed{\text{2 P.}}$

   $$\text{Ergebnisbild} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -14 & 11 \end{pmatrix}$$

3. Filter: $\boxed{\text{2 P.}}$
   Tiefpassfilter:

   - Medianfilter
   - Mittelwertfilter
   - Gauß-Filter

   Einsatzbereiche Tiefpassfilter: Glättung, Rauschelimination

   Hochpassfilter:

   - Prewitt-Filter
   - Sobel-Filter
   - Laplace-Filter

   Einsatzbereiche Hochpassfilter: Kantendetektion

4. Canny-Kantendetektor: $\boxed{\text{1 P.}}$

   - Berechnung der Intensitätsgradienten:
     $g_x, g_y$ werden mit Sobel- oder Prewitt-Filter berechnet. Der Winkel wird durch $\theta = \text{atan2}(g_y, g_x)$ berechnet
   - Diskretisierung:
     Winkel $\theta$ wird in 4 Bereiche eingeteilt

# Aufgabe 7 *Roboterprogrammierung*

1. Korrespondenzproblem: Der Roboter muss eine Abbildung der Bewegungen des Lehrers aus der Perzeption zu einer Sequenz eigener Bewegungen lernen. Deshalb bestimmen das Embodiment und die Körpereinschränkungen, wie beobachtete Aktionen imitiert werden können. 1 P.

2. 3 P.

   - Direkt, z.B. (oder Beschreibung): Teach-In, Play-Back, Sensorunterstützt, Master-Slave
   - Textuell (implizit oder explizit), z.B. explizites Abfahren von Waypoints (SPS etc...) oder Modellierung einer Domäne + Einsatz von Planer
   - Graphisch, z.B. Statecharts oder Erklärung des Konzepts
   - Hybride Verfahren, z.B. Graphische Programmierung basierend auf sensorieller Erfassung der Benutzervorführung
   - Programmieren durch Vormachen, Erklärung

3. 2 P.

   - Level 1
     Benennung: Semantische Segmentierung
     Basis: Kontaktrelationen zwischen Objekten
   - Level 2
     Benennung: Bewegungssegmentierung
     Basis: Charakteristiken von Trajektorien / Bewegungsdynamik